

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра Цифровых технологий,  
математики и экономики

**Методические указания к самостоятельной работе**  
по дисциплине "**Дополнительные разделы математики**"  
для специальности 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.

Мурманск  
2021

### Оглавление

Введение	Стр. 3
Тематический план	Стр. 4
Содержание и методические указания к изучению тем дисциплины	Стр. 5
Тема1. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	Стр. 5
Тема2. Теория поля.	Стр. 5
Тема3. Элементы операционного исчисления.	Стр. 7
Тема4. Ряды.	Стр. 7
Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины "Математика".	Стр. 17

## **ВВЕДЕНИЕ**

Дисциплина «Дополнительные разделы математики» является базовой дисциплиной естественно-научного цикла учебного плана. Целью изучения дисциплины «Дополнительные разделы математики» является подготовка бакалавров в соответствии с рабочим учебным планом направления 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, что предполагает освоение обучающимися теоретических знаний, их интеллектуальное развитие, формирование математического мышления, необходимого человеку для полноценной жизни в обществе, формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности, обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин, формирование навыков самообразования.

Самостоятельной работе по изучению математики в вузе отводится значительная доля учебного времени. В качестве самостоятельной работы в течение всего курса обучения предусматривается:

- 1) изучение теоретического материала при подготовке к занятиям;
- 2) выполнение домашних заданий по всем темам практических занятий;
- 3) выполнение расчетно-графических работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины;
- 4) закрепление теоретического материала при подготовке к сессии.

Данные методические указания предназначены для помощи студентам в процессе их самостоятельной работы по изучению части курса математики. Эти указания должны дать студентам представление о структуре предлагаемого к изучению курса, а также о содержании материала, объеме часов, выделяемых на самостоятельную работу. По каждой теме студентамлагаются методические указания, требования, предъявляемые к нему, после изучения данной темы, список рекомендуемой учебной литературы и вопросы для самопроверки.

## ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Содержание разделов (модулей), тем дисциплины	Количество часов, выделяемых на самостоятельную работу по формам обучения	
	Очная	Заочная
1. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	10	22
2. Элементы теории поля	10	22
3. Элементы операционного исчисления.	18	24
4. Ряды.	18	24
Итого:	56	92

# СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕМЫ ДИСЦИПЛИНЫ

## **Тема 1. Интегральное исчисление функций нескольких переменных**

При изучении темы особое внимание необходимо уделить технике интегрирования и приложениям интегралов (вычисление площадей, объемов тел, длины дуги кривой, работы силы), понятию интеграла, зависящего от параметра, вычислении тройного интеграла в цилиндрической и сферической системах координат.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- свойства двойного интеграла;
- геометрический и физический смысл двойного интеграла;
- свойства тройного интеграла;
- свойства криволинейного интеграла 2-го рода;
- физическую трактовку криволинейного интеграла 2-го рода;

*уметь:*

- вычислять при помощи двойного интеграла площадь, массу, статические моменты, моменты инерции и координаты центра масс пластинки, объем тела-цилиндроида – в декартовой и в полярной системах координат;
- вычислять при помощи тройного интеграла объем и массу тела, статические моменты, моменты инерции и координаты центра масс тела – в декартовой и цилиндрической системах координат;
- вычислять при помощи криволинейного интеграла 2-го рода работу силы;

*владеть* методами интегрального исчисления функции нескольких переменных.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение двойного интеграла.
2. Сформулируйте теорему о среднем для двойного интеграла.
3. Запишите формулу перехода от двойного интеграла к повторному интегралу.
4. Дайте определение тройного интеграла
5. Запишите формулу перехода от тройного интеграла к трехкратному интегралу.
6. Дайте определение криволинейного интеграла 2-го рода.
7. Сформулируйте условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от формы пути интегрирования.

## **Тема 2. Элементы теории поля**

При изучении темы особое внимание необходимо уделить понятиям теории поля (скалярные и векторные поля, градиент и производная по направлению скалярного поля, поток, дивергенция, циркуляция, ротор векторного поля)

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- основные характеристики скалярного поля (градиент и производная по направлению скалярного поля);

- поверхностные и криволинейные интегралы;
- основные характеристики векторного поля (поток, дивергенция, циркуляция, ротор);
- оператор Гамильтона.

*уметь:*

- находить градиент и производную по направлению скалярного поля;
- находить и строить линии уровня скалярного поля;
- находить векторные линии векторного поля;
- вычислять поверхностные и криволинейные интегралы;
- вычислять поток и дивергенцию векторного поля;
- вычислять циркуляцию и ротор векторного поля.

*владеть* методами решения задач по теории поля.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение скалярного и векторного поля.
2. Запишите формулы для вычисления градиента и производной по направлению скалярного поля;
3. Что называется потоком векторного поля?
4. Запишите формулу для вычисления потока векторного поля.
5. Запишите формулы для вычисления дивергенции и ротора векторного поля.
6. Запишите оператор Гамильтона.

### Тема 3. Операционное исчисление

При изучении темы особое внимание необходимо уделить операционным методам решения дифференциальных уравнений,

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- основные понятия операционного исчисления: оригинал, преобразование Лапласа, изображение, свертка;
- основные свойства изображения оригиналов;
- основные теоремы операционного исчисления;
- понятие свертки и ее изображение.

*уметь:*

- записывать оригиналы с помощью единичной функции Хэвисайда;
- находить изображение оригиналов;
- применять теоремы дифференцирования и интегрирования оригиналов;
- восстанавливать оригиналы по изображению;
- решать дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений операционным методом.

*владеть:* методами операционного исчисления для решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений..

## Тема 4 Ряды.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- основные понятия теории рядов: общий член ряда, частичная сумма, остаток ряда, сходимость ряда, его сумма;
- свойства сходящихся и расходящихся рядов;
- достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов;
- теорему Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов;
- функциональные ряды и их область сходимости;
- степенные ряды и структуру их области сходимости;
- разложение основных элементарных функций ( $y = e^x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = (1+x)^m$ ,  $y = \ln(1+x)$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ ) в ряд Маклорена;
- степенной ряд в комплексной области;
- ряд Лорана, его главная и правильная части;
- определение ряда Фурье;
- формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье;
- ряд Фурье для функции с периодом  $2\pi$ ;
- ряд Фурье для функции с периодом  $2l$ ;
- ряд Фурье для четных и нечетных функций;

*уметь:*

- исследовать на сходимость числовые знакоположительные ряды;
- исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную и условную сходимость;
- определять радиус сходимости степенного ряда и его область сходимости;
- вычислять некоторые константы, суммы числовых рядов и определенные интегралы при помощи степенных рядов;
- решать задачу Коши для дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов;
- определять область сходимости ряда Лорана;
- определять амплитуду, период, частоту простого гармонического колебания;
- вычислять коэффициенты ряда Фурье;
- строить амплитудно-частотный спектр разложения функции в ряд Фурье;
- находить интеграл Фурье для четных и нечетных функций.

Владеть методами решения задач по теме «Ряды»

Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
2. Перечислите свойства сходящихся и расходящихся рядов.
3. Сформулируйте достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признак Коши.
4. Сформулируйте теорему Лейбница для знакочередующихся рядов.
5. Дайте определения абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.
6. Перечислите свойства абсолютно сходящихся рядов.
7. Дайте определение области сходимости функционального ряда.
8. Сформулируйте теорему Абеля.
9. Перечислите свойства сходящихся степенных рядов
10. Запишите ряд Тейлора, формулы коэффициентов ряда Тейлора.
11. Запишите формулу остаточного члена ряда Тейлора в форме Лагранжа.
12. Запишите разложение аналитической функции в ряд Лорана.

13. Перечислите свойства простых гармоник.
14. Запишите ряд Фурье для функции с периодом  $T=2\pi$ , для функции с произвольным периодом.
15. Перечислите условия Дирихле.
16. Запишите ряд Фурье для четных и нечетных функций.
17. Запишите формулу амплитудного и фазового дискретных

## **ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»**

### **Основная литература**

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - [22-е изд., перераб.]. - Санкт-Петербург : Профессия, 2005, 2004, 2002, 2003, 2001. - 432 с. : ил. (787 шт. на абонементе).
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : [полный курс] / Д. Т. Письменный. - 10-е изд., испр., 9-е изд. ; 8-е изд. ; 7-е изд. ; 6-е изд., испр.- Москва : Айрис-пресс, 2011, 2010 ; 2009, 2008 ; 2007. - 602, [1] с. : ил. (266 шт. на абонементе).

### **Дополнительная литература**

1. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 5-е изд., испр. - Москва : Высш. шк., 1999, 1997, 1996. - 304 с. : ил. (115 шт. на абонементе).
2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : В 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 5-е изд., испр. - Москва : Высш. шк., 1999, 1997, 1996. - 416 с. : ил. (139 шт. на абонементе).
3. Шипачев В. С. Высшая математика: учеб. пособие для бакалавров: [базовый курс] / В. С. Шипачев; под ред. А. Н. Тихонова. - 8-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2012. - 447 с.: ил. и более ранние издания (247 шт. на абонементе).